



МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Филиал федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования

«Владивостокский государственный университет экономики и сервиса» в г. Находке

Кафедра менеджмента и экономики

**ФОНД
ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
ПО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЕ**

Линейная алгебра

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

Профиль подготовки

Бухгалтерский учет, анализ и аудит

Форма обучения – очная, заочная

Находка 2016

ФОС составлен: к.э.н. Гусев Е.Г., доцент кафедры МЭ

ФОС рассмотрен и принят на заседании кафедры менеджмента и экономики

Протокол заседания кафедры менеджмента и экономики от 16.04.2011 г., протокол №8

Редакция 2015 г. утверждена на заседании кафедры менеджмента и экономики от 24.06.2015г., протокол № 10.

Редакция 2016 года, рассмотрена и утверждена на заседании кафедры менеджмента и экономики от «07» июня 2016 г., протокол № 10.

Заведующий кафедрой Власова Власова Е.М.

ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Линейная алгебра

Направление подготовки

38.03.01 Экономика

Профиль подготовки

Бухгалтерский учет, анализ и аудит

1 Перечень компетенций с указанием этапов формирования в процессе освоения образовательной программы

1.1 Перечень компетенций

Код компетенций	Формулировка компетенции
ОПК-2	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач

1.2 Этапы формирования компетенций в процессе освоения программы

№ п/п	Контролируемые модули, разделы (темы) дисциплины	Этапы формирования компетенций (номер семестра)	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	Матрицы	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
2	Определители	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
3	Обратная матрица	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
4	Системы линейных алгебраических уравнений(СЛАУ).	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
5	Метод Гаусса. Критерии совместности	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
6	Однородных СЛАУ. Линейные операторы	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола

7	Системы координат на плоскости и в пространстве	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
8	Элементы векторной алгебры	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
9	Координаты вектора	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
10	Операции над векторами	1	ОПК-2	Тестовые задания Вопросы для проведения круглого стола
11	Прямая на плоскости	1	ОПК-2	Тестовые задания
12	Линии 2-го порядка	1	ОПК-2	Вопросы для проведения круглого стола
13	Плоскость в пространстве	1	ОПК-2	Тестовые задания
14	Прямая в пространстве	1	ОПК-2	Вопросы для проведения круглого стола
15	Поверхности второго порядка	1	ОПК-2	Тестовые задания
16	Комплексная плоскость	1	ОПК-2	Вопросы для проведения круглого стола
17	Комплексные числа	1	ОПК-2	Тестовые задания

1.3 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах формирования, описание шкалы оценивания

Дескриптор компетенции	Показатель оценивания	Шкалы оценивания		Критерии оценивания
		Традиционная	Баллы	
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Отлично	Зачтено 91-100	теоретическое содержание дисциплины освоено

Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных				полностью, без пробелов; необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Хорошо	Зачтено	76-90	теоретическое содержание дисциплины освоено полностью, без пробелов; некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные рабочей программой дисциплины задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками
Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных				
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации				
Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных	Удовлетворительно	Зачтено	61-75	теоретическое содержание дисциплины освоено частично, но пробелы не носят существенного характера; необходимые практические навыки

Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей программой дисциплины учебных задания выполнено, некоторые из выполненных заданий содержат ошибки
Знает	основные понятия и методы математического анализа и статистики; процессы сбора, хранения, обработки и анализа информации	Неудовлетворительно	Незачтено	0-60	теоретическое содержание дисциплины не освоено полностью; необходимые практические навыки работы не сформированы, все предусмотренные рабочей программой дисциплины задания выполнены с грубыми ошибками либо совсем не выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимальному
Умеет	использовать математические и технические методы сбора, хранения, обработки и анализа экспериментальных данных				
Владеет	способностью осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач				

2 Текущий контроль

Текущий контроль знаний используется для оперативного и регулярного управления учебной деятельностью (в том числе самостоятельной) студентов. В условиях рейтинговой системы контроля результаты текущего оценивания студента используются как показатель его текущего рейтинга. Текущий контроль успеваемости осуществляется в течение семестра, в ходе повседневной учебной работы по индивидуальной инициативе преподавателя. Данный вид контроля стимулирует у студентов стремление к систематической самостоятельной работе по изучению дисциплины.

3 Описание оценочных средств по видам заданий текущего контроля

3.1 Рекомендации по оцениванию устных ответов студентов

С целью контроля и подготовки студентов к изучению новой темы вначале каждой практической занятия преподавателем проводится индивидуальный или фронтальный устный опрос по выполненным заданиям предыдущей темы.

Критерии оценки:

- правильность ответа по содержанию задания (учитывается количество и характер ошибок при ответе);
- полнота и глубина ответа (учитывается количество усвоенных фактов, понятий и т.п.);
- сознательность ответа (учитывается понимание излагаемого материала);
- логика изложения материала (учитывается умение строить целостный, последовательный рассказ, грамотно пользоваться специальной терминологией);
- рациональность использованных приемов и способов решения поставленной учебной задачи (учитывается умение использовать наиболее прогрессивные и эффективные способы достижения цели);
- своевременность и эффективность использования наглядных пособий и технических средств при ответе (учитывается грамотно и с пользой применять наглядность и демонстрационный опыт при устном ответе);
- использование дополнительного материала (обязательное условие);
- рациональность использования времени, отведенного на задание (не одобряется растянутость выполнения задания, устного ответа во времени, с учетом индивидуальных особенностей студентов).

Оценка «5» - 18 - 20 баллов - ставится, если студент:

- 1) полно и аргументировано отвечает по содержанию вопроса;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры;
- 3) излагает материал последовательно и правильно, с соблюдением исторической и хронологической последовательности;

Оценка «4» - 15 - 17 баллов - ставится, если студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «5», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.

Оценка «3» - 14 - 10 баллов - ставится, если студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.

Оценка «2» - 1 - 9 баллов - ставится, если студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал. Оценка «2» отмечает такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.

3.2 Рекомендации по оцениванию результатов тестирования студентов

В завершении изучения каждой темы дисциплины проводится тестирование. Его можно провести как на компьютере, так и на бланке.

Критерии оценивания. Уровень выполнения текущих тестовых заданий оценивается в баллах, которые затем переводятся в оценку. Баллы выставляются следующим образом:

- правильное выполнение задания, где надо выбрать один верный ответ – 1 балл;
- правильное выполнение задания, где требуется найти соответствие или вставить верные термины – по 1 баллу за каждый верный ответ и 2 балла за безошибочно выполненное задание;
- правильное выполнение задания, где необходимо установить последовательность событий – 3 балла.

Оценка соответствует следующей шкале:

Оценка (стандартная)	Баллы	% правильных ответов
отлично	20	76-100
хорошо	15	51--75
удовлетворительно	10	25-50
неудовлетворительно	5	менее 25

4 Фонд оценочных средств для текущего контроля

ТИПОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ

1. *Определитель изменяет знак при:*

- а) вынесении общего множителя строки за знак определителя;
- б) транспонировании;
- в) перестановке двух строк.

2. *Определитель равен нулю если:*

- а) все строки различны;
- б) имеются одинаковые строки.

3. *Отличие минора от алгебраического дополнения:*

- а) нет различий;
- б) конкретным значением;
- в) наличием знака.

4. *Вычислить значение определителя:*

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$$

- а) положительное;
- б) отрицательное;
- в) нулевое.

5. *Вычислить значение определителя:*

$$A = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 4 \\ 6 & 4 & 8 \\ 5 & 7 & 9 \end{vmatrix}$$

- а) положительное;
- б) отрицательное;
- в) нулевое.

6. Отличие матрицы от определителя:

- а) нет различий;
- б) по форме представления;
- в) матрица – таблица, определитель – число.

7. Для какой матрицы существует обратная к ней:

- а) прямоугольной;
- б) квадратной;
- в) произвольной.

8. Квадратная матрица называется невырожденной, если ее определитель:

- а) равен нулю;
- б) отличен от нуля;
- в) величина определителя не имеет значения.

9. Базисный минор – это минор:

- а) произвольно составленный;
- б) окаймляющий какой-то элемент;
- в) состоящий из базисных строк и столбцов.

10. Присоединенная матрица строится из:

- а) алгебраических дополнений;
- б) миноров;
- в) определителей.

11. Система линейных уравнений называется определенной, если она имеет:

- а) бесчисленное множество решений;
- б) не имеет решений;
- в) единственное решение.

12. Система совместна и имеет единственное решение, если:

- а) ее определитель отличен от нуля;
- б) ее определитель равен нулю;
- в) величина определителя не имеет значений.

13. Совместная система из n уравнений и n неизвестных имеет единственное решение, если ее ранг: $r(A)$:

- а) $r(A) < n$;
- б) $r(A) = n$;
- в) $r(A) > n$.

14. Можно ли решать по правилу Крамера данную систему уравнений:

$$x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 1;$$

$$5x_1 + 4x_2 - x_3 = 5;$$

- а) можно;
- б) нельзя.

15. Можно ли решать систему t уравнений с n неизвестными по правилу Крамера:

- а) можно;
- б) нельзя.

16. По методу Жордана-Гаусса элементарные преобразования выполняются над:

- а) матрицей из коэффициентов при неизвестных;
- б) расширенной матрицей;
- в) произвольно составленной матрицей.

17. Какое заключение можно сделать, если в процессе элементарных преобразований получилась матрица вида

$$A = \left(\begin{array}{c|c} 10\dots 00 & a_1 \\ 01\dots 00 & a_2 \\ \hline \text{---} & \text{---} \\ 00\dots 01 & a_n \end{array} \right)$$

- а) система не имеет решений;
- б) система имеет бесконечное множество решений;
- в) система имеет единственное решение.

18. Как следует поступить, если на некотором этапе преобразований матрицы системы образовалась строка, целиком состоящая из нулей:

- а) прекратить вычисления;
- б) исключить нулевую строку из последующих преобразований;
- в) оставить нулевую строку без внимания.

19. Если $r(\tilde{A}) = r(A)$ и $r < n$, то система t уравнений с n неизвестными:

- а) не имеет решений;
- б) имеет единственное решение;
- в) имеет бесчисленное множество решений.

20. Для получения базисного решения каким переменным какие значения задаются:

- а) нулевые значения свободным переменным;
- б) нулевые значения базисным переменным;
- в) произвольные значения свободным переменным.

21. Для однородной системы линейных уравнений справедливо соотношение:

- а) $r(A) > r(\tilde{A})$;
- б) $r(A) = r(\tilde{A})$;;
- в) $r(A) < r(\tilde{A})$.

22. При каком условии однородная система линейных уравнений имеет единственное решение:

- а) $r(A) < n$;
- б) $r(A) = n$;
- в) $r(A) > n$.

23. Однородная система t уравнений с n неизвестными имеет:

- а) единственную систему функциональных решений;

- б) не имеет системы функциональных решений;
- в) имеет несколько систем функциональных решений.

24. Какая из алгебраических сумм является квадратичной формой:

- а) $x_1^2 x_2^2 + 2x_1 x_2 + 3x_3^2 + x_1 x_2 x_3$;
- б) $x_1^2 + x_2^2 + x_1 x_2 + 5x_2 x_3$;
- в) $x_1^2 + x_1 x_2 x_3^2 + 4x_2^2 + x_2 x_3$.

25. Матрица квадратичной формы имеет вид:

- а) треугольный;
- б) диагональный;
- в) симметрический.

26. Матрицы квадратичной формы канонического вида:

- а) треугольная;
- б) прямоугольная;
- в) диагональная.

27. Если главные миноры квадратичной формы имеют значения: $\Delta_1 > 0$; $\Delta_2 < 0$; $\Delta_3 > 0$; $\Delta_4 < 0$, то она

- а) положительно определенная;
- б) отрицательно определенная;
- в) неопределенная.

28. Для того, чтобы квадратичная форма была положительно определенной, необходимо чтобы знаки ее главных миноров:

- а) были положительными;
- б) знаки миноров чередовались;
- в) знаки не имеют значения.

29. Оператор \tilde{A} называется линейным, если выполняются условия:

- а) $\tilde{A}(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) = \tilde{A}(\bar{x}_1) + \tilde{A}(\bar{x}_2)$;
- б) $\tilde{A}(\lambda \bar{x}) = \lambda \tilde{A}(\bar{x})$;
- в) оба эти условия.

30. Характеристический многочлен представляет собой определитель:

- а) произвольной матрицы;
- б) матрицы A линейного оператора \tilde{A} ;
- в) матрицы, образованной из A заменой диагональных элементов a_{ii} элементами $a_{ii} - \lambda$, где λ – произвольное число.

31. Каждому собственному вектору соответствует:

- а) конечное число собственных чисел;
- б) единственное собственное число;
- в) бесконечное множество собственных чисел.

32. Для нахождения собственных чисел линейного оператора \tilde{A} необходимо решить уравнение:

- а) $|A - \lambda E| = 0$;
- б) $|A - \lambda E| < 0$;
- в) $|A - \lambda E| > 0$.

33. Характеристическое уравнение n -ой степени может иметь:

- а) n различных значений;
- б) n не обязательно различных корней;
- в) n одинаковых корней.

34. Базисом векторного пространства является:

- а) линейно зависящая система векторов;
- б) линейно независимая система векторов.

35. Действия над элементами векторного пространства:

- а) все четыре арифметические операции;
- б) только деление;
- в) сложение и умножение на число.

36. Выражение $\vec{a}_1 = \lambda_2 \vec{a}_2 + \lambda_3 \vec{a}_3 + \dots + \lambda_n \vec{a}_n$ говорит:

- а) вектора линейно независимы;
- б) вектора линейно зависимы;
- в) зависимость неопределена.

37. Координаты вектора, заданного в некотором базисе, при переходе к новому базису определяются по:

- а) матрице перехода;
- б) матрице обратной к матрице перехода;
- в) произвольной матрице.

ТИПОВЫЕ ВОПРОСЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАСЕДАНИЯ КРУГЛОГО СТОЛА

1. Матрицы. Операции над матрицами.
2. Понятие определителя. Вывод формул для определителей 2-го и 3-го порядков.
3. Свойства определителей.
4. Критерий обратимости матрицы.
5. Теорема Крамера.
6. Определение линейного пространства. Примеры. Следствия из аксиом.
7. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов, их свойства.
8. Конечномерные линейные пространства.
9. Координаты вектора в базисе. Замена базиса.
10. Подпространства.
11. Сумма и пересечение подпространств.
12. Прямая сумма подпространств.
13. Ранг матрицы. Теорема о ранге матрицы.
14. Свойства ранга матрицы.
15. Критерий совместности системы линейных уравнений. Общее решение совместной системы линейных уравнений.
16. Пространство решений однородной системы линейных уравнений.
17. Линейные отображения и операторы. Теорема существования и единственности.
18. Матрица линейного отображения. Координаты образа вектора.
19. Изменение матрицы линейного отображения при замене базиса.
20. Образ и ядро линейного отображения.

21. Действия над линейными отображениями.
22. Характеристический многочлен.
23. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Линейные операторы простой структуры.
24. Евклидовы пространства. Аксиомы, примеры, следствия из аксиом.
25. Длины векторов и углы между векторами.
26. Ортогональность векторов. Процесс ортогонализации.
27. Ортогональное дополнение. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая.
28. Самосопряженные операторы.
29. Квадратичные формы. Матричное представление. Замена переменных.
30. Приведение квадратичных форм к каноническому виду методом Лагранжа.
31. Приведение вещественных квадратичных форм к главным осям.
32. Знакоопределенные квадратичные формы.

5 Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине (модулю)

ФОС для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине предназначен для оценки степени достижения запланированных результатов обучения по завершению изучения дисциплины в установленной учебным планом форме и позволяет определить качество усвоения изученного материала.

Подготовка студента к прохождению промежуточной аттестации осуществляется в период лекционных и семинарских занятий, а также во внеаудиторные часы в рамках самостоятельной работы. Во время самостоятельной подготовки студент пользуется конспектами лекций, основной и дополнительной литературой по дисциплине

Итоговой формой контроля сформированности компетенций у студентов по дисциплине является – экзамен.

Оценивание студента на экзамене:

Баллы (рейтинговой оценки)	Оценка экзамена (стандартная)	Требования к знаниям
91-10	отлично	Оценка «отлично» выставляется студенту, если он глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, четко и логически стройно его излагает, умеет тесно увязывать теорию с практикой, свободно справляется с задачами, вопросами и другими - видами применения знаний, причем не затрудняется с ответом при видоизменении заданий, использует в ответе материал различной литературы, правильно обосновывает принятое нестандартное решение, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических задач по формированию общепрофессиональных компетенций
76-90	хорошо	Оценка «хорошо» выставляется студенту, если он твердо знает материал, грамотно и по существу излагает его, не

		допуская существенных неточностей в ответе на вопрос, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения, а также имеет достаточно полное представление о значимости знаний по дисциплине
61-75	удовлетворительно	Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если он имеет знания только основного материала, но не усвоил его деталей, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения логической последовательности в изложении программного материала, испытывает сложности при выполнении практических работ и затрудняется связать теорию вопроса с практикой
0-60	неудовлетворительно	Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, неуверенно отвечает, допускает серьезные ошибки, не имеет представлений по методике выполнения практической работы. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение без дополнительных занятий по данной дисциплине.

Типовые вопросы к экзамену

Определение линейного оператора. Простейшие свойства. Действия с линейными операторами. Пространство $L(V, W)$. Действия с операторами из $L(V)$ и их свойства.

Ядро и образ линейного оператора из $L(V)$. Теорема о размерности ядра и образа, ее следствие.

Матрица линейного оператора. Теорема о преобразовании координат при действии линейного оператора.

Теоремы о матрицах суммы и произведения операторов.

Обратный оператор. Теорема о линейности и единственности обратного оператора. Матрица обратного оператора.

Критерий обратимости оператора.

Лемма о сокращении на вектор. Преобразование матрицы линейного оператора при переходе к другому базису. Теорема об инвариантности определителя матрицы линейного оператора и характеристического многочлена.

Собственные значения и собственные векторы линейного оператора. Теорема о нахождении собственных значений.

Свойства собственных векторов линейного оператора.

Критерий диагональности матрицы линейного оператора. Достаточное условие приведения матрицы линейного оператора к диагональному виду.

Инвариантное подпространство линейного оператора. Теоремы об одномерном и двумерном инвариантном подпространстве у линейного оператора.

Линейные функционалы. Теорема о задании линейного функционала. Коэффициенты линейного функционала. Их преобразование при переходе к другому базису.

Билинейные формы в вещественном линейном пространстве. Теорема об их представлении в виде суммы симметричной и кососимметричной билинейных форм.

Матрица билинейной формы. Теорема о симметричности и кососимметричности матрицы билинейной формы. Преобразование матрицы билинейной формы при переходе к другому базису.

Квадратичные формы в вещественном линейном пространстве. Полярные билинейные формы. Канонический и нормальный базисы квадратичной формы. Теорема о существовании канонического базиса.

Закон инерции квадратичной формы.

Классификация квадратичных форм в вещественном линейном пространстве. Критерий знакоопределенности квадратичных форм. Критерий Сильвестра (без док-ва).

Евклидово пространство. Длина элемента. Неравенство Коши-Буняковского. Матрица Грама.

ОБ и ОНБ в евклидовом пространстве. Теорема о линейной независимости ненулевых попарно ортогональных элементов. Ее следствие.

Теорема о существовании ОНБ в E . Процесс ортогонализации по Шмидту.

Ортогональные матрицы. Теорема о матрице перехода от ОНБ к ОНБ.

Ортогональное дополнение подпространства. Теорема о разложении евклидова пространства в прямую сумму подпространства и его ортогонального дополнения.

Лемма о скалярном произведении. Теоремы о представлении линейного функционала и билинейной формы в евклидовом пространстве.

Сопряженные операторы в E . Теорема существования, единственности и линейности сопряженного оператора. Матрица сопряженного оператора в ОНБ и произвольном базисе.

Свойства сопряженных операторов в E . Теорема об инвариантном подпространстве сопряженного оператора.

Самосопряженные операторы в E . Теорема о матрице самосопряженного оператора в ОНБ. Свойства собственных значений и собственных векторов.

Теорема о существовании ОНБ из собственных векторов самосопряженного оператора, ее следствие.

Приведение квадратичной формы к каноническому виду ортогональным преобразованием. (Теорема о связи матриц билинейной формы и отвечающего ей оператора. Теорема о приведении квадратичной формы к каноническому виду).

Теорема о приведении пары квадратичных форм к каноническому виду одним преобразованием.

Ортогональные операторы в E и их свойства. Матрица ортогонального оператора в ОНБ. Свойства собственных значений и собственных векторов.

Теорема о структуре матрицы ортогонального оператора в ОНБ.

Многочлены от матрицы и линейного оператора. Существование и единственности минимального многочлена. Теорема Гамильтона-Кэли.

Определение и свойства корневых векторов. Способы их нахождения.

Определение корневого подпространства. Его инвариантность относительно линейного оператора. Теорема о разложении ЛП в прямую сумму корневых подпространств. Матрица линейного оператора в базисе, полученном объединением базисом корневых подпространств.

Определение циклического подпространства. Его инвариантность относительно линейного оператора. Теорема о базисе циклического подпространства и о матрице линейного оператора в этом базисе.

Теорема о разложении корневого подпространства в прямую сумму циклических подпространств. Жорданова форма матрицы.

Вычисление многочлена и функции от жордановой клетки.

Вычисление функции от матрицы.

Типовые задачи

1) Проверить справедливость равенства. $\det(A \cdot B) = \det(A) \cdot \det(B)$

$$\text{Для } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}$$

2) Какие неизвестные следующей системы уравнений можно объявить

$$\text{главными: } \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 8 \\ x_1 - 3x_2 + 3x_3 - x_4 = 2 \end{cases} ?$$

3) Найти общее решение и одно частое решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} 5x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 12x_4 = 12 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + 5x_4 = 4 \\ x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 4x_4 = 8 \end{cases} .$$

4) Квадратичная форма $Q(X) = 25x_1^2 - 14x_1x_2 + x_2^2$ задана в базисе e_1, e_2 . Записать эту квадратичную форму в базисе $e'_1 = e_1 + e_2, e'_2 = e_1 - e_2$.

5) Проверить тождество $(A \cdot B)^* = A^* \cdot B^*$ для $A = \begin{pmatrix} 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$,

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

6) Линейный оператор задан матрицей $\begin{pmatrix} -1 & -5 & -4 & -3 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ 5 & 3 & 8 & 1 \end{pmatrix}$. Найти все векторы,

переходящие под действием этого оператора в вектор $(-1, 0, 1)$.

7) Линейный оператор $\varphi: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ переводит векторы с координатами $(1, -1)$ и $(-1, 2)$ в векторы с координатами $(-2, 0)$ и $(-3, 1)$ соответственно. Найти матрицу этого оператора.

8) Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$

$$9) \text{ Вычислить } \det \begin{pmatrix} 3 & 9 & -4 & -3 \\ 0 & 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

10) Найти размерность и какой-нибудь базис пространства решений уравнения $\begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

11) Найти ортонормированный базис, в котором квадратичная форма $Q(X) = -4x_1^2 + 10x_1x_2 - 4x_2^2$ имеет канонический вид.

12) Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$.

13) Найти матрицу X из уравнения $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

14) Является ли система векторов $a_1 = (1,1,1,1), a_2 = (1,2,3,4), a_4 = (5,6,7,8), a_4 = (4,3,2,1), a_5 = (1,1,-1,-1)$ линейно зависимой?

15) Записать квадратичную форму, имеющую данную матрицу

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

16) С помощью правила Крамера решить систему уравнений

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 = 2 \\ 5x_1 + 9x_2 = 4 \end{cases}$$

17) Найти матрицу перехода от базиса $e_1 = (3,2), e_2 = (2,1)$ к базису $e'_1 = (2,-2), e'_2 = (-1,6)$.

18) Вычислить A^1 , если $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 5 & 9 \end{pmatrix}$

19) Заданы матрица линейного оператора в некотором базисе

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ и матрица перехода к другому базису } T = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Найти матрицу оператора в новом базисе.

20) Найти размерность и базис линейной оболочки системы столбцов

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, A_2 = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}, A_3 = \begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix}, A_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

21) Могут ли матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ быть матрицами одного

Оператора в различных базисах?

22) Решить матричное уравнение

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 5 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}, \text{ где } X \text{ - матрица размером } 2 \times 2.$$

23) Найти общее решение системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases}$$

24) Выяснить, являются ли векторы $a_1 = (2, -3, 1)$, $a_2 = (3, -1, 5)$, $a_3 = (1, -4, 3)$ линейно зависимыми.

25) Получить решение системы уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 = 3 \\ x_1 - 2x_2 = 2 \end{cases}$

в матричной форме $X = A^{-1} \cdot B$.

26) Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 21 & 2 \\ 2 & 32 & 3 \\ 3 & 13 & 1 \end{pmatrix}$ Сколько независимых строк содержит эта

матрица? Сколько независимых столбцов содержит эта матрица?

27) Найти фундаментальную систему решений системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

28) Найти A^{-1} для $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

29) Найти размерность и базис линейной оболочки множества многочленов $(1+t)^3$, t^3 , 1 , $(t+t^2)$.

30) Доказать, что матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$ образуют базис в пространстве всех квадратных матриц порядка 2, и найти координатный столбец матрицы $\begin{pmatrix} 5 & 14 \\ 6 & 13 \end{pmatrix}$.

31) Найти ядро и множество значений линейного оператора, заданного матрицей $\begin{pmatrix} -2 & 5 & 3 \\ -2 & 5 & 3 \\ 2 & -5 & -3 \end{pmatrix}$.

32) Отображение $\varphi: L_1 \rightarrow L_2$ пространства двухмерных строк в пространство квадратных матриц второго порядка задано формулой $((\varphi x, y)) = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$. Доказать линейность этого отображения и найти его матрицу в каких-нибудь базисах.

33) Отображение $\varphi: L \rightarrow L$ пространства квадратных матриц второго порядка в себя переводит всякую матрицу A в транспонированную матрицу A^* , т.е. $\varphi(A) = A^*$. Найти матрицу линейного оператора φ в каком-нибудь базисе.

34) Отображение $\varphi: L \rightarrow L$ пространства квадратных матриц второго порядка в себя задано формулой $\varphi(A) = A \cdot B$, где $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ заданная матрица. Найти матрицу линейного оператора φ в каком-нибудь базисе.

35) Найти матрицу оператора дифференцирования в пространстве многочленов степени не выше относительно базиса

$$1, t, t^2, \dots, t.$$

36) Найти собственные векторы и собственные значения оператора дифференцирования в пространстве бесконечно дифференцируемых функций.

37) Являются ли элементы пространства непрерывных на отрезке $[-\pi, \pi]$ функций $\sin x$ и $\cos x$ ортогональными относительно скалярного произведения

$$\langle f, g \rangle = \int_{-\pi}^{\pi} f(x)g(x)dx?$$

38) Вычислить скалярное произведение векторов с координатами (3,1) и (1,3) относительно неортогонального базиса e_1, e_2 .

39) Линейное подпространство R^3 в некотором ортонормированном базисе задано уравнением $x_1 - x_2 - x_3 = 0$. Найти какой-нибудь ортонормированный базис этого подпространства.

40) Найти ортогональную проекцию x_M и ортогональную составляющую x_M^\perp вектора $x = (0,1,0)$ на подпространство M , порожденное вектором $a = (10,-20,10)$. Координаты заданы в ортонормированном базисе.

41) Найти ортогональную проекцию x_M и ортогональную составляющую x_M^\perp вектора $x = (7, -3, -1)$ на подпространство M , порожденное векторами $a_1 = (1,1,1)$ и $a_2 = (4,0,5)$.

42) Пусть $x = (x_1, x_2, x_3), y = (y_1, y_2, y_3)$. Может ли функция $F(x, y) = x_1 y_2 + 2x_1 y_2 + 2x_2 y_1 + 5x_2 y_2 - 2x_1 y_3 - 2x_3 y_1 + 7x_3 y_3$ служить скалярным произведением?

43) Пусть скалярное произведение векторов относительно некоторого базиса задано формулой $\langle x, y \rangle = x_1 y_1 + x_2 y_2$. Найти формулу для скалярного произведения относительно нового базиса $e'_1 = (1,2), e'_2 = (2,1)$.

44) Найти длину вектора $x = (1,1)$ относительно скалярного произведения $\langle x, y \rangle = x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 + 3x_1 y_2$.

45) Построить ортонормированный базис в подпространстве R^3 , порожденном векторами $a_1 = (1, -3, 1)$ и $a_2 = (4, -5, 3)$.

46) Является ли самосопряженным оператор с матрицей $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ если матрица скалярного произведения $\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$

47) Найти матрицу оператора, переводящего векторы плоскости в их проекции на прямую с уравнением $x-y=0$, относительно базиса из единичных векторов координатных осей.

48) Найти ядро линейного оператора с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

49) Найти образ единичного квадрата, при линейном отображении с

формулой
$$\begin{cases} y_1 = x_1 + 2x_2 - 3 \\ y_2 = x_1 + x_2 + 1 \end{cases}$$

50) Найти координаты многочлена $p(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ относительно базиса $1, x, x^2, x^3$.

51) Найти координаты вектора x относительно базиса e'_1, e'_2 , если известны его координаты $\{1, 4\}$ относительно базиса e_1, e_2 , причем $e'_1 = e_1 + e_2$, $e'_2 = 2e_1 - e_2$.

52) Найти угол между векторами с заданными в ортонормированном базисе координатами $a = (4, 0, 2, 0, 4)$ и $b = (1, -3, -1, -3, 4)$.

53) Найти базис, в котором линейный оператор с матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ будет иметь диагональную матрицу.

54) Является ли квадратичная форма $Q(X) = 25x_1^2 - 14x_1x_2 + 2x_2^2$ положительно определенной формой.

55) Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц

$AB, AB^*, A^*B, B^*A, BA, B^*A, BA^*, B^*A^*$ в тех случаях, когда умножение определено.

56) Является ли линейным пространством множество всех квадратичных форм с обычными операциями сложения и умножения на вещественные числа?

57) Проверьте, что собственные векторы линейного оператора с матрицей $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 8 \end{pmatrix}$ для различных собственных значений перпендикулярны (это общее свойство симметричных матриц).

58) Укажите какой-нибудь базис пространства всех симметричных матриц второго порядка.

59) Проверить справедливость равенства $(AB)C = A(BC)$ для $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$.

60) Линейное подпространство R^3 в некотором ортонормированном базисе задано уравнением $x_1 - 2x_2 + x_3 = 0$. Найти какой-нибудь ортонормированный базис этого подпространства.

61) Определить размерность и найти какой-нибудь базис линейной оболочки системы многочленов $p_1 = 3x^2 + 2x + 1$,

$$p_2 = 4x^2 + 3x + 2, p_3 = 3x^3 + 2x + 3, p_4 = x^2 + x + 1, p_5 = 4x^2 + 3x + 4.$$

62) Является ли система векторов e^x, e^{2x}, e^{3x} из пространства $C^\infty(\mathbb{R})$ линейно зависимой?

63) Найти собственные значения и собственные векторы оператора, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

64) Найти вектор, дополняющий до ортонормированного базиса систему векторов

$$\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right), \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{-2}{3}\right)$$

65) Записать в векторной форме общее решение системы линейных уравнений, состоящей из одного уравнения $x_1 - 2x_2 + x_3 = 1$.

66) Проверить, что формула $\begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ y_1 & y_2 & y_3 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix}$ определяет на пространстве \mathbb{R}^3 билинейную форму, и найти ее матрицу.

67) Выяснить, являются ли линейно зависимыми векторы $a_1 = (0, 2, 3)$, $a_2 = (4, 5, 6)$, $a_3 = (7, 8, 9)$.

68) Записать в матричном виде квадратичную форму $Q(X) = 6x_1^2 + 5x_2^2 + 7x_3^2 - 4x_1x_2 + 4x_1x_3$.

69) Является ли положительно определенной билинейная форма

$$B(X, Y) = 25x_1y_1 - 7x_1y_2 - 7x_2y_1 + 2x_2y_2.$$

70) Образует ли линейное пространство множество всех невырожденных матриц с обычными операциями сложения матриц и умножения матриц на вещественные числа?

71) Останется ли множество \mathbb{R}^n линейным пространством, если суммой строк (a_1, \dots, a_n) и (b_1, \dots, b_n) считать строку $(a_1, b_1, \dots, a_n, b_n)$?

72) Найти матрицу линейного функционала, который каждой строке чисел из \mathbb{R}^3 ставит в соответствие сумму этих чисел.

73) Могут ли формулы $(x_1^2 - 4x_2^2)$ и $(4x_1^2 + x_2^2)$ быть формулами одной и той же квадратичной формы для разных базисов?

74) Может ли матрица $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ быть матрицей перехода от одного ортонормированного базиса к другому ортонормированному базису?

75) Могут ли матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ быть получены одна из другой в результате элементарных преобразований?

76) Определить размерность множества значений линейного оператора с матрицей $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$

77) Найти матрицу линейного функционала, который каждому многочлену $p(x)$ не выше второй степени ставит в соответствие число $\int_0^1 p(x) dx$

78) Всегда ли произведение симметричных матриц A и B , т.е. $A^* = A$, $B^* = B$, является симметричной матрицей?

79) Составить уравнение высоты ΔABC , проведенной из вершины C , где $A(0,1)$, $B(6,5)$, $C(12,-1)$.

80) Найти длину медианы, проведенной из вершины A , в ΔABC с вершинами $A(3, -1, 5)$, $B(4, 2, -5)$, $C(-4, 0, 3)$.

81) В какой точке прямая, проходящая через точки $A(-1, -3, 1)$ и $B(2, 1, -4)$, пересекает плоскость $x + 2y - z - 8 = 0$

82) Написать уравнение плоскости, проходящей через параллельные прямые $\frac{x-3}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{2}$ и $\frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1} = \frac{z}{2}$

83) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $A(-4, 3, 0)$ параллельно прямой $\begin{cases} x - 2y + z = 4 \\ 2x + y - z = 0 \end{cases}$.

84) Определить взаимное расположение прямой $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$ и плоскости $3x - 3y + 2z - 5 = 0$

85) Найти проекцию точки $A(3, -5, -7)$ на плоскость $x + 2y + 3z = 0$

86) Найти проекцию точки $A(1, 2)$ на прямую $3x - y + 9 = 0$.

87) Доказать, что четырехугольник с вершинами $A(-3, 5, 6)$,

$B(1, -5, 7)$, $C(8, -3, -1)$, $D(4, 7, -2)$ является квадратом.

88) Найти точку пересечения плоскостей $2x - y + 3z - 9 = 0$, $x + 2y + 2z - 3 = 0$, $3x + y - 4z + 6 = 0$.

89) Построить прямую $\begin{cases} 2x + 3y + 3z - 9 = 0 \\ 4x + 2y + z - 8 = 0 \end{cases}$

90) Даны три последовательные вершины параллелограмма $A(11, 4)$, $B(-1, -1)$, $C(5, 7)$. Определить координаты четвертой вершины.

91) Найти расстояние между параллельными плоскостями $6x - 3y + 2z + 5 = 0$ и $6x - 3y + 2z - 9 = 0$.

92) Определить координаты концов A и B отрезка, который точками $C(2,2)$ и $D(1,5)$ разделен на три равные части.

93) Составить каноническое уравнение прямой $\begin{cases} x - y - z - 1 = 0 \\ x + 5y + 2z + 11 = 0 \end{cases}$

94) Найти угол между прямыми $L_1: \begin{cases} x = 3t \\ y = -1 + 2t \end{cases}$ и $L_2: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -5 + 3t \end{cases}$

95) Отрезок с концами в точках $A(3, -2)$ и $B(6,4)$ разделен на три равные части. Найти координаты точек деления.

96) Даны две смежные вершины параллелограмма $A(-2,6)$, $B(2,8)$ и точка пересечения его диагоналей $M(2,2)$. Найти две другие вершины.

97) Разложить вектор $v(3, -5)$ по векторам $e_1(1,3)$, $e_2(2, -1)$.

98) Даны вершины треугольника: $A(1, 1)$, $B(4,1)$, $C(4,5)$. Найти косинусы углов треугольника.

99) Найти проекцию точки $(-5,6)$ на прямую $7x - 13y - 105 = 0$.

100) Найти длину высоты BD в $\triangle ABC$, где $A(-3,0)$, $B(2,5)$, $C(3,2)$.

101) Оси координат повернуты на угол $\alpha = 60^\circ$. Координаты точки $A(\sqrt{3},1)$ определены в новой системе. Вычислить координаты этой же точки в старой системе координат.

102) Найти точку, симметричную точке $A(1,2)$ относительно прямой $3x - y + 9 = 0$.

103) Найти центр и радиус круга, описанного около треугольника ABC с вершинами $A(2,2)$, $B(-5,1)$, $C(3,-5)$.

104) Вычислить площадь $\triangle ABC$ с вершинами $A(1,1,1)$, $B(2,3,4)$,

$C(4,3,2)$.

105) Вычислить объем тетраэдра с вершинами $A(1,1,1)$, $B(2,0,2)$,

$C(2,2,2)$, $D(3,4,-3)$.

106) Составить уравнение плоскости, проходящей через три точки $M_1(2,3,1)$, $M_2(3,1,4)$, $M_3(2,1,5)$.

107) Пересекаются ли прямые $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + 2y - z = 0 \\ 2x - y + 2z = 0 \end{cases}$

108) Написать уравнение прямой, проходящей через точку $(3,5,1)$ на параллельно

$$\text{прямой} \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = -3t \\ z = -3 \end{cases} .$$

109) Изобразите точку $A(1,-2,3)$ и вектор $\vec{P}(-3,5,2)$, приложенный к точке A .

110) Найдите косинус угла между плоскостями $x - 3y + z - 1 = 0$ и $x + z - 1 = 0$.

111) Найдите уравнения прямой, проходящей через точки $A(2,-1,2)$ и $B(-3,2,1)$.

112) Постройте прямую $\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1}$.

113) Постройте плоскости $x + 2y + 3z - 6 = 0$ и $x + 3z - 6 = 0$.

114) Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $(-2,1,-1)$ параллельно вектору $P(1,-2,3)$.

115) Показать, что точки $A(2, -1, -2)$, $B(1,2,1)$, $C(2,3,0)$, $D(5,0,-6)$ лежат в одной плоскости.

116) Показать, что векторы $a = -i + 3j + 2k$, $b = 2i - 3j - 4k$, $c = -3i + 12j + 6k$ компланарны, и разложить вектор c по векторам a и b .

117) Вычислить площадь параллелограмма, стороны которого — векторы $a = k - j$ и $b = i + j + k$.

118) Найти угол между биссектрисами углов xOy и yOz .

119) Укажите диагонали параллелепипеда, которые соответствуют векторам $d_1 = a + b - c$ и $d_2 = a - b + c$ если векторы a, b, c соответствуют ребрам этого параллелепипеда.

120) Проверьте справедливость свойства $[a,b] \perp a$ и $[a,b] \perp b$ для векторов $a = (1, 2, 3)$ и $b = (4, 5, 6)$.

121) Найдите скалярное и векторное произведения векторов $a = (1,2,3)$ и $b = (4,5,6)$.

122) Компланарны ли векторы $a = (3, 2, 1)$, $b = (2,3,4)$, $c = (3, 1, -1)$?

123) Найти каноническое или параметрическое уравнение прямой $\begin{cases} 2x + y + x - 2 = 0 \\ 2x - y - 3x + 6 = 0 \end{cases}$

124) Найти точку пересечения прямой $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{4}$ и плоскости $x + 2y + 3z - 14 = 0$.

125) Начало координат перенесено в точку $(1,2)$, а оси координат повернуты на угол 90° . Как в такой системе координат будет записываться уравнение прямой, прежнее уравнение которой $2x + y - 4 = 0$?

126) Начало координат перенесено в точку $(2,1)$, а оси координат повернуты на угол 60° . Как в такой системе координат будут записываться координаты прежнего начала координат?

127) Записать уравнение прямой, проходящей через точки $A(-3,1)$ и $B(1,2)$, в виде $Ax + By + C = 0$.

128) Найти квадратичную функцию $y = ax^2 + bx + c$, график которой проходит через точки $A_1(-2,12)$, $A_2(0,2)$, $A_3(1,0)$.

129) Записать в виде $Ax + By + Cz + D = 0$ уравнение плоскости, проходящей через точки $A_1(2,1,3)$, $A_2(-1,2,5)$, $A_3(3,0,1)$.

130) Записать уравнение окружности, проходящей через точки $A(1,2)$, $B(2, -1)$, $C(0,1)$, и найти ее центр.

131) Написать уравнение прямой, проходящей через точку A перпендикулярно вектору \overline{BC} , где $A(1,-2)$, $B(1,2)$, $C(-1,1)$.

132) Постройте прямую $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-1}{-1}$

133) Решить методом Гаусса систему линейных уравнений

$$\begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + x_3 = -4 \\ 3x_1 + 6x_2 + 2x_3 = 6 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

134) Найти угол между вектором $a = (1,2,3)$ и векторным произведением $[a,b]$, где $b = (4,5,6)$.

135) Проверьте свойство смешанного произведения $(a, b, c) = \langle [a, b], c \rangle$ для векторов $a = (1,2,3)$, $b = (3, 1,2)$, $c = (2, 3,1)$.

136) Вычислить $\langle [a, b], b \rangle$ для векторов $a = (1, 2,3)$, $b = (3, 1,2)$.

137) Симметричны ли точки $A(1, -2,1)$ и $B(5,4,-1)$ относительно

$$\frac{x-1}{-2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+1}{-1} ?$$

138) Указать какой-нибудь вектор, параллельный плоскости

$$x + 2y + 3z - 4 = 0.$$

139) Найти какой-нибудь базис в пространстве всех векторов из \mathbb{R}^3 , перпендикулярных вектору $\{1, 2,3\}$.

140) Сопряжены ли операторы с матрицами $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$ относительно скалярного произведения с матрицей $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$?

141) При параллельном переносе точка $A(1,2,3)$ переходит в точку $A'(3,1,2)$. В какую точку переходит точка $B(2,3,1)$?

142) Найти ортонормированный базис, в котором квадратичная форма

$$Q(x) = x_1^2 - 4x_1x_2 + 4x_2^2$$
 имеет канонический вид.

143) Вычислить ранг матрицы AB , если $A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$, $B = (4 \ 5 \ 6)$.

144) Написать уравнение плоскости, относительно которой симметричны точки $(1,2,3)$ и $(3,2,1)$.

145) Указать какой-нибудь вектор, параллельный прямой $\begin{cases} x + 2y + 3z - 4 = 0 \\ x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$

146) Найти уравнение какой-нибудь прямой, содержащейся в плоскости с уравнением $x - y + 2z - 6 = 0$.

147) Укажите формулу аффинного преобразования, при котором окружность с уравнением $x_1^2 + x_2^2 - 1 = 0$ переходит в окружность с уравнением $x_1^2 + x_2^2 - 2x_1 + 4x_2 - 4 = 0$.

6 Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

а) основная литература

1. Беклемешев Д.В., Курс аналитической геометрии и линейной алгебры, М.:Наука, 2014
2. Письменный Дм., Конспект лекций по высшей математике 1-3 ч., М.: Айрис-пресс, 2013
3. Мантуров О.В. и др., Курс высшей математики, 2013
4. Лунгу К.Н. и др., Сборник задач по высшей математике 1-2 к., М.: Айрис-пресс, 2014
5. Данко П.Е. и др., Высшая математика в упражнениях и задачах 1-2ч., М.:Высшая математика, 2013
6. Бугров Я.С., Никольский С.М., Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии, 2013

б) дополнительная литература

1. Рублев А.Н., Курс линейной алгебры и аналитической геометрии, 2012
2. Гурский Е.И., Основы линейной алгебры и аналитической геометрии, 2015
3. Ильин В.А., Поздняк В.Г., Линейная алгебра, 2013
4. Барашков А.С. Математика М.:Эксмо, 2015
5. п/р Ермакова В.И. , Справочник по математике для экономистов М.: Инфра-М, 2012
6. Шипачев В.С., Основы высшей математики, М.:Высшая школа, 2013

7 Перечень ресурсов информационно - телекоммуникационной сети «Интернет»

ЭБС «Юрайт»: <http://www.biblio-online.ru/>

ЭБС «Руконт»: <http://www.rucont.ru/>

Ресурс Цифровые учебные материалы <http://abc.vvsu.ru/> и др.