Дисциплина:
Теория принятия решений

Лекция 2. Аксиоматические теории рационального поведения

Первухин Михаил Александрович

Доцент кафедры математики и моделирования

Аксиоматические теории рационального поведения

Рациональный выбор в экономике

Основное допущение экономической теории состоит в том, что человек делает ***рациональный выбор***.

Рациональный выбор означает предположение, что решение человека является результатом *упорядоченного* процесса мышления.

Кроме этого, водится ряд предположений о поведении человека, которые называются ***аксиомами рационального поведения.***

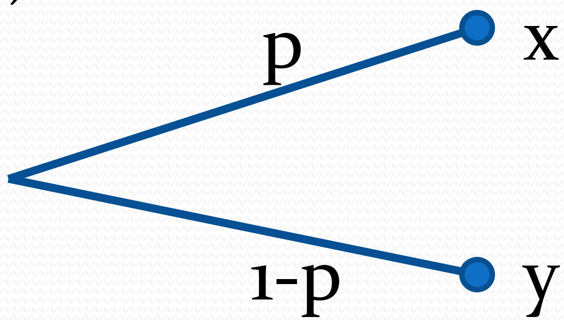
При условии, что эти аксиомы справедливы, доказывается теорема о существовании некой функции, устанавливающей человеческий выбор, — ***функции полезности***.

Полезностью называют величину, которую в процессе выбора максимизирует личность с рациональным экономическим мышлением.

Аксиомы рационального поведения

Обозначим через *x*, *y*, *z* различные исходы (результаты) процесса выбора, а через *p*, *q* вероятности тех или иных исходов.

Лотерееей называется игра с двумя исходами: исходом *x*, получаемым с вероятностью *p*, и исходом *y*, получаемым с вероятностью *1-p*. Это записывается коротко (*x*, *p* , *y*).

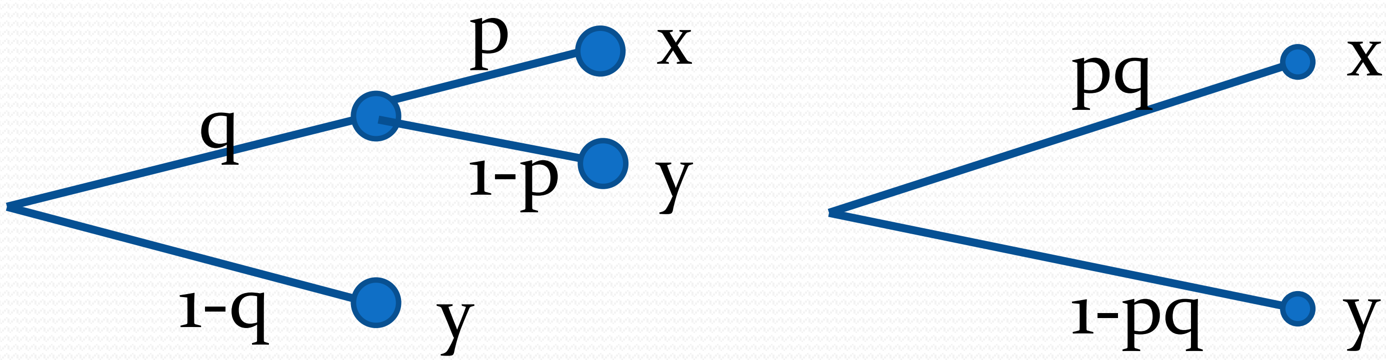


Аксиома 1. Исходы x, y, z принадлежат множеству A исходов.

Аксиома 2. Пусть P означает строгое предпочтение (похожее на отношение > в математике); R — нестрогое предпочтение (похожее на отношение $\geq$); I — безразличие (похожее на отношение =). Аксиома 2 требует выполнения двух условий:

- связанности: либо xRy, либо yRx, либо то и другое вместе;
- транзитивности: из xRy и yRz следует xRz.

Аксиома 3. Две представленные на рисунке лотереи находятся в отношении безразличия.



Справедливость этой аксиомы очевидна. Она записывается в стандартном виде как

$$((x, p, y), q, y)\ \mathrm{I}\ (x, pq, y).$$

Аксиома 4. Если xIy, то $(x, p, z)\ I\ (y, p, z)$.

Аксиома 5. Если xPy, то $x\ P(x, p, y)\ P\ y$.

Аксиома 6. Если $x\ P\ y\ P\ z$, то существует вероятность p, такая что $y\ I\ (x, p, z)$.

Теорема. Если аксиомы 1-6 выполняются, то существует числовая функция U, определённая на множестве исходов A и такая, что:

- xRy тогда и только тогда, когда $U(x) \geq U(y)$;
- $U(x, p, y) = pU(x)+(l-p)U(y)$.

Задачи с вазами

Ваза – это непрозрачный сосуд, в котором находится определенное (известное лишь организатору эксперимента) количество шаров различного цвета.

Задачи с вазами типичны для группы наиболее простых задач принятия решений – задач статистического типа.

Типовая задача

Перед испытуемым ставится ваза, которая может быть вазой 1-го или 2-го типа. Даётся следующая информация: сколько имеется у экспериментатора ваз 1-го и 2-го типов; сколько черных и красных шаров в вазах 1-го и 2-го типов; какие выигрыши ожидают испытуемого, если он угадает, какого типа ваза; какие проигрыши ожидают его, если он ошибётся.

После получения такой информации испытуемый должен сделать выбор: назвать, к какому типу принадлежит поставленная перед ним ваза.

Пусть, например, экспериментатор случайно выбирает вазу для испытуемого из множества, содержащего 700 ваз 1-го типа и 300 ваз 2-го типа.

Пусть в вазе 1-го типа содержится 6 красных шаров и 4 черных. В вазе 2-го типа содержится 3 красных и 7 черных шаров.

Если перед испытуемым находится ваза 1-го типа и он угадает это, то получит выигрыш 350 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 50 д. е.

Если перед ним ваза 2-го типа и он это угадает, то получит выигрыш 500 д. е., если не угадает, его проигрыш составит 100 д. е.

Испытуемый может предпринять одно из следующих действий:

- d_1 — сказать, что ваза 1-го типа;
- d_2 — сказать, что ваза 2-го типа.

Тип вазы	Вероятность выбора вазы	Действия и выигрыши	
		d_1	d_2
1	0,7	350	-100
2	0,3	-50	500

Теория полезности советует в данной ситуации оценить ***среднюю (ожидаемую) полезность*** каждого из действий и выбрать действие с максимальной ожидаемой полезностью. В соответствии с этой рекомендацией мы можем определить среднее значение выигрыша для каждого из действий:

- $U(d_1) = 0{,}7 \cdot 350 - 0{,}3 \cdot 50 = 230$ д.е;
- $U(d_2) = 0{,}3 \cdot 500 - 0{,}7 \cdot 100 = 80$ д.е.

Деревья решений

Дерево решений – графическое представление процесса принятия решения, в котором отображаются возможные варианты решений, состояний природы, вероятности их наступления, а также платежи (выигрыши или убытки) при различных сочетаниях состояний природы и возможных решениях.

Дерево решений состоит из узлов и ветвей. Узлы и ветви могут быть трёх видов.

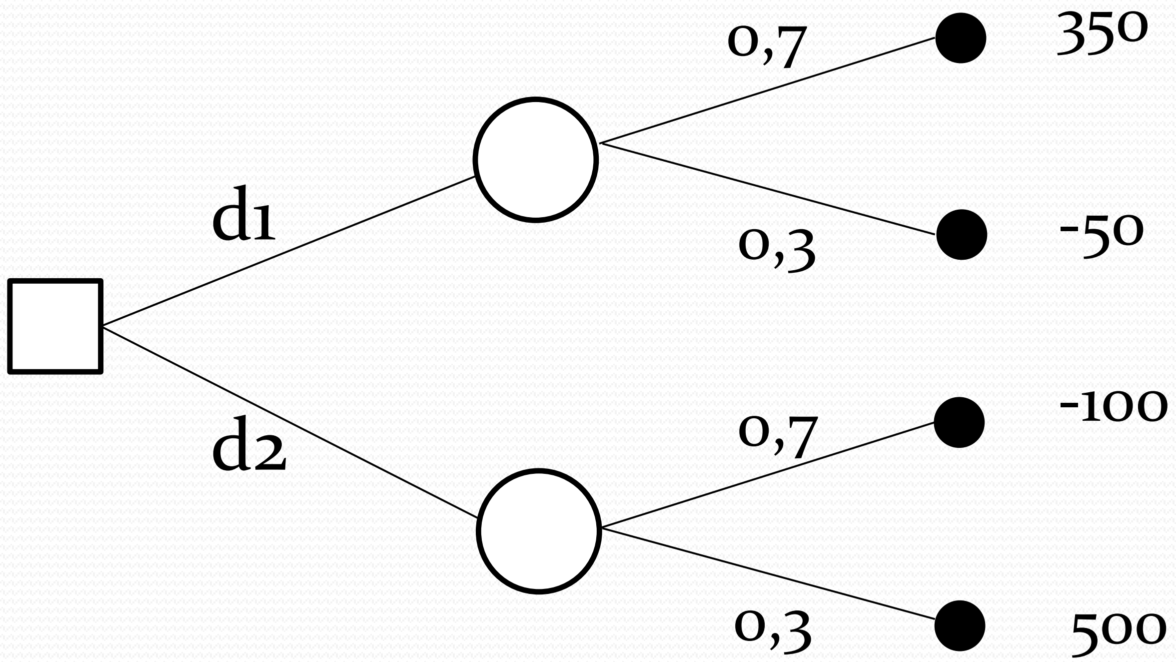
□ ***Узел решений*** соответствует моменту времени, в котором ЛПР принимает решение

○ ***Узел событий*** соответствует моменту времени, в котором исходы решений носят случайный характер

● ***Конечный узел***

- ***Ветви решений*** исходят из узла решений и соответствуют возможным решения, возле ветвей решений проставляются величины затрат, связанные с принятием данного решения.
- ***Ветви событий*** исходят из узла событий и соответствуют случайным исходам решений, возле каждой ветви событий проставляется вероятность соответствующей неопределённости.
- ***Конечные ветви*** заканчивают дерево решений и оканчиваются конечными узлами, возле которых проставляются соответствующие значения платежа.

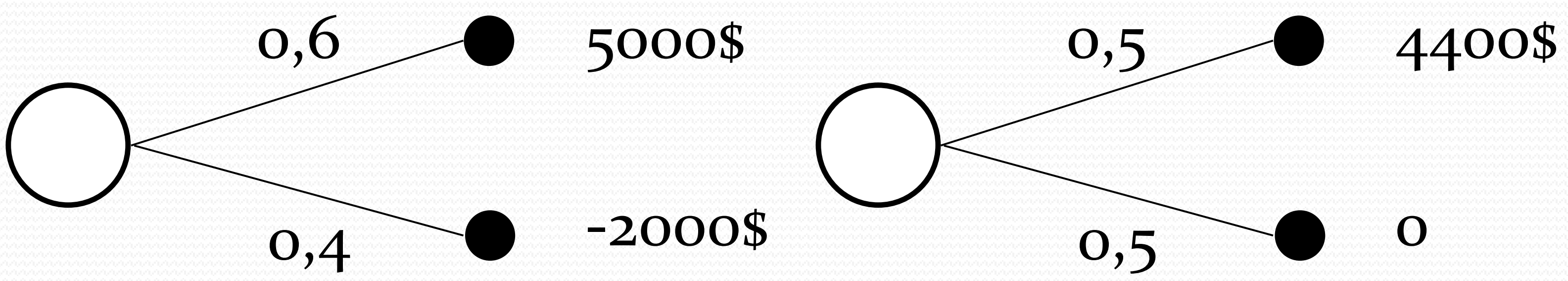
Дерево решений задачи с вазами



Парадокс Алле

Возникает вопрос: нельзя ли заменить ЛПР автоматом и сохраняются ли при этом какие-то особенности человеческого поведения? Для ответа на этот вопрос рассмотрим известный парадокс Алле, представленный двумя лотереями.

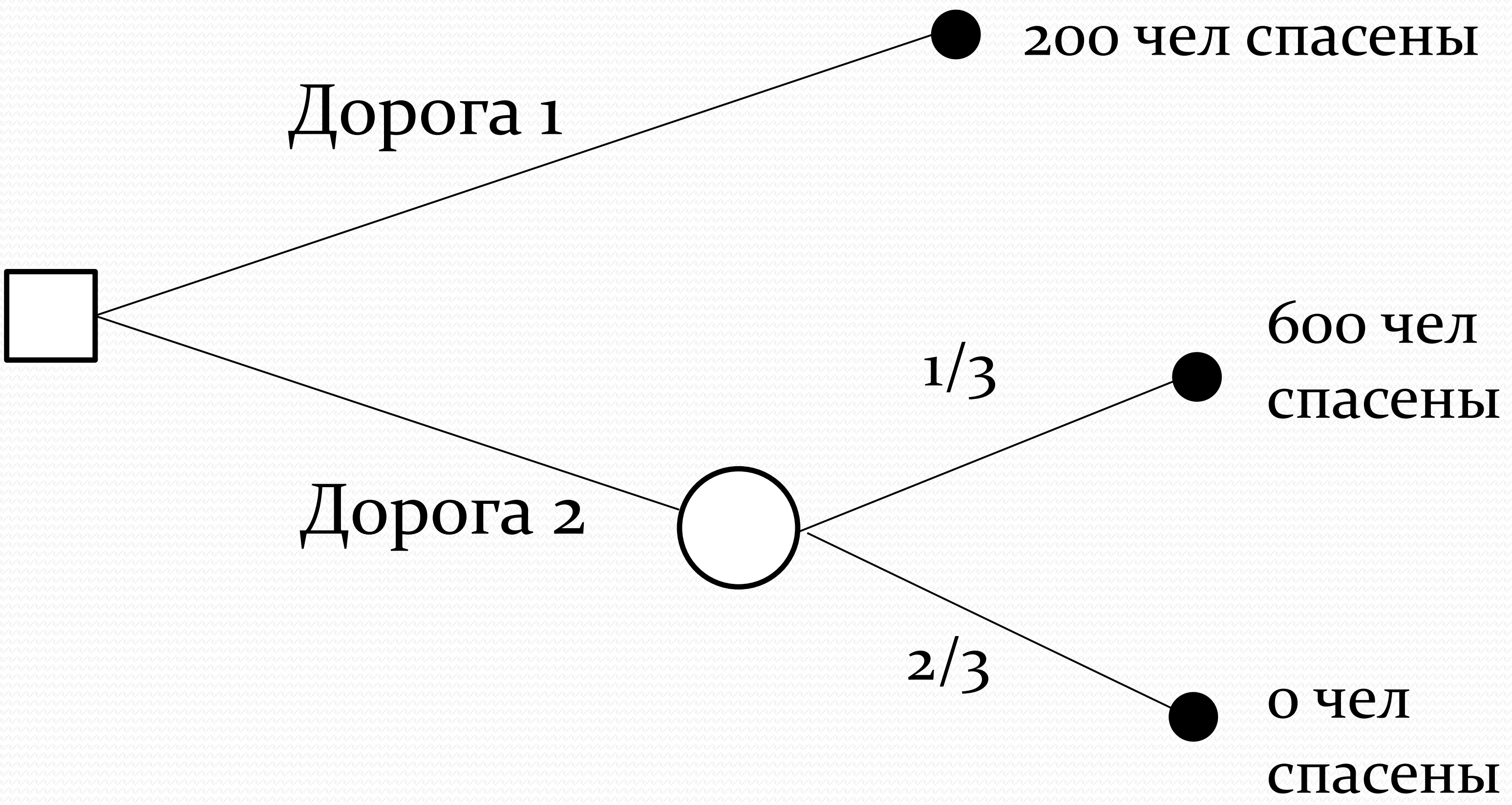
Пример

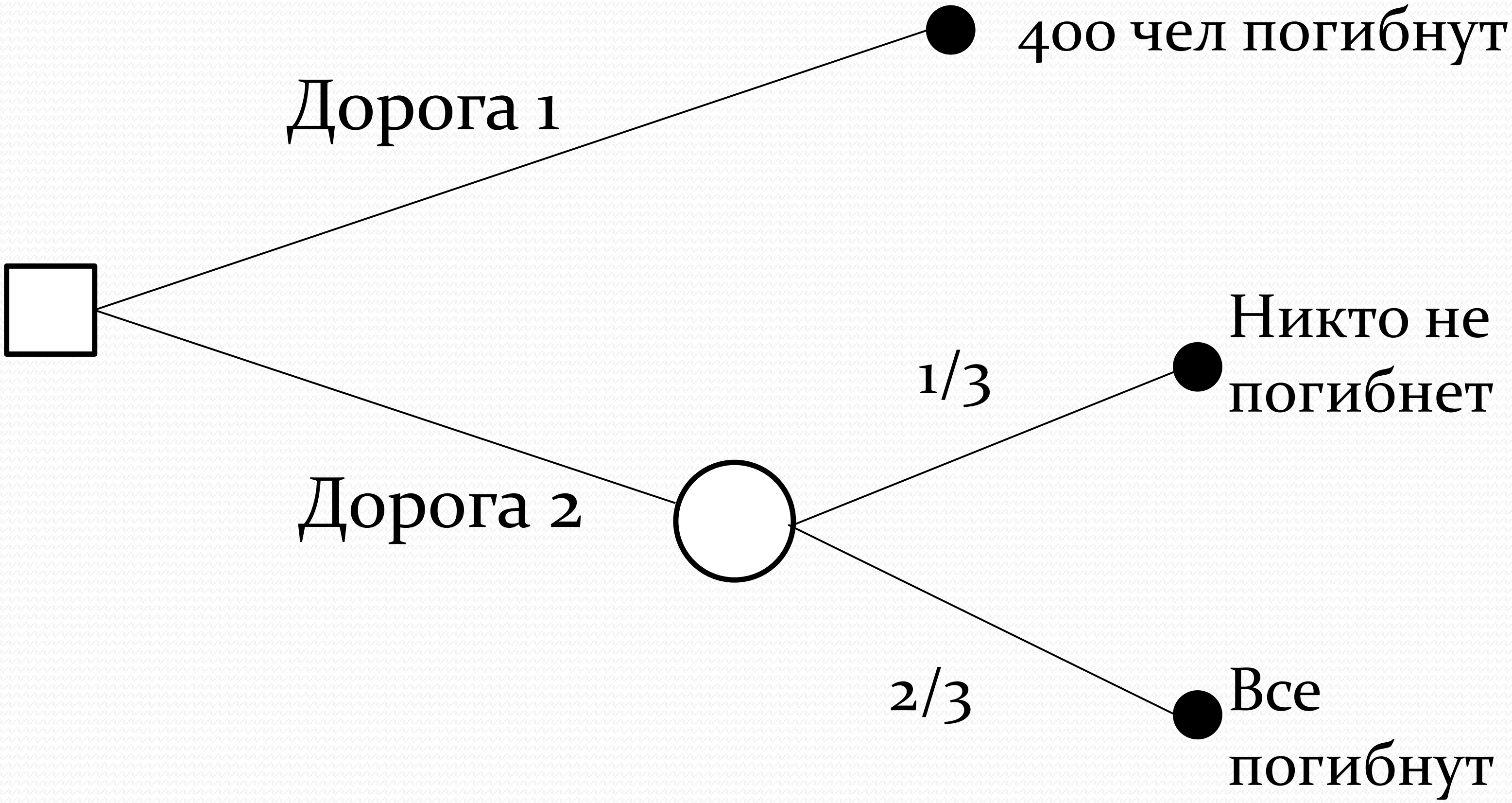


Легко убедиться, что средняя цена лотерей одинакова. Но это не означает, что людям безразлично, какую из них выбрать.

Нерациональное поведение

«Дилемма генерала»: Генерал потерпел поражение в войне и хочет вывести свои войска (600 чел.) с территории противника. У него есть две возможные дороги, и разведка дала оценки возможных потерь при выборе каждой из них. Данные о дорогах и возможных потерях представлены на рисунке


200 чел спасены
Дорога 1
600 чел
спасены
1/3
Дорога 2
2/3
0 чел
спасены


400 чел погибнут
Дорога 1
Никто не погибнет
1/3
Дорога 2
2/3
Все погибнут

Приёмы, применяемые в процессе принятия решений

Суждение по представительности. Люди часто судят о вероятности того, что объект А принадлежит к классу В только по похожести А на типовой объект класса В. Они почти не учитывают априорные вероятности, влияющие на эту принадлежность.

Суждение по встречаемости. Люди часто определяют вероятности событий по тому, как часто они сами сталкивались с этими событиями и насколько важными для них были эти встречи.

Суждение по точке отсчёта. Если при определении вероятностей используется начальная информация как точка отсчёта, то она существенно влияет на результат.

Сверхдоверие. В экспериментах было показано, что люди чрезмерно доверяют своим суждениям, особенно в случаях, когда они выносят суждение о прошлых событиях.

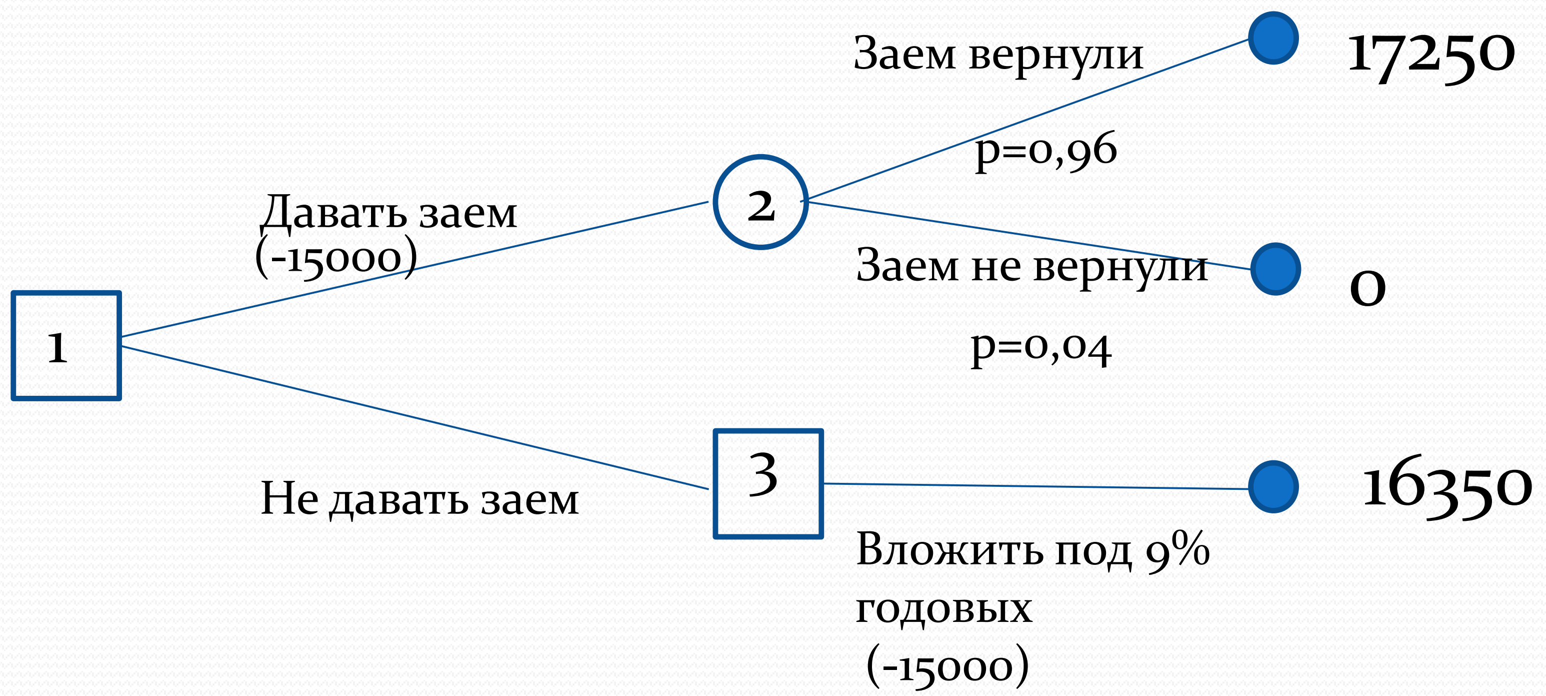
Стремление к исключению риска. Многочисленные работы показывают, что как в экспериментах, так и в реальных ситуациях люди стремятся исключить ситуации, связанные с риском.

Причины нерациональности человеческого поведения

- недостаток информации у ЛПР в процессе выбора;
- недостаточный опыт ЛПР: он находится в процессе обучения и поэтому меняет свои предпочтения;
- ЛПР стремится найти решение, оптимальное с точки зрения совокупности критериев (целей), строго упорядоченных по важности, но не может его найти;
- различие между объективно требуемым временем для реализации планов и субъективным горизонтом планирования ЛПР.

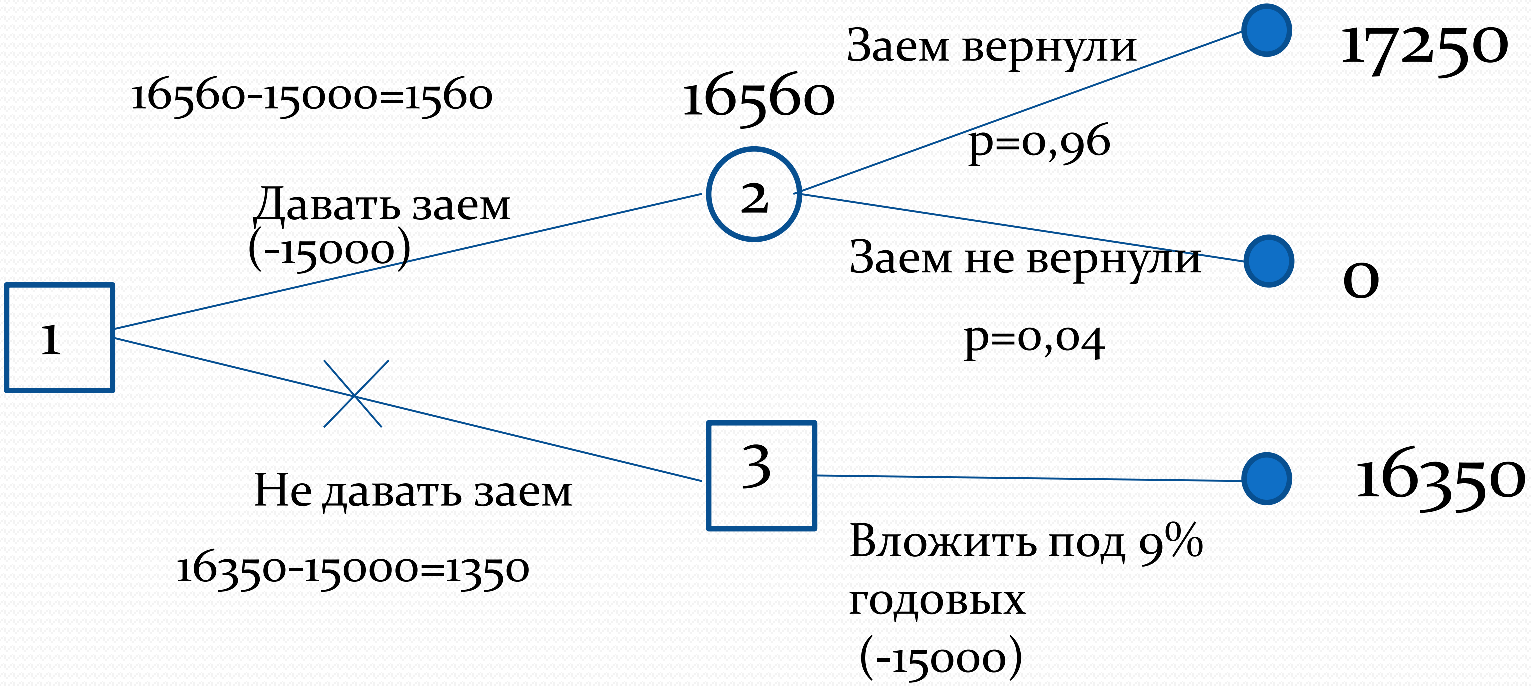
Пример

Для финансирования проекта бизнесмену нужно занять сроком на один год 15000 ф. ст. Банк может одолжить ему эти деньги под 15% годовых или вложить в дело со 100%-ным возвратом суммы, но под 9% годовых. Из прошлого опыта банкиру известно, что 4% таких клиентов ссуду не возвращают. Что делать? Давать ему заем или нет?


Заем вернули
17250
p=0,96
Давать заем
(-15000)
2
Заем не вернули
0
1
p=0,04
3
16350
Не давать заем
Вложить под 9% годовых
(-15000)

Считаем среднюю ожидаемую полезность узла событий, т.е. узла 2:

$$\bar{a}_2 = 17250 * 0{,}96 + 0 * 0{,}04 = 16560$$


16560-15000=1560
16560
Заем вернули
17250
p=0,96
2
Давать заем
(-15000)
Заем не вернули
0
1
p=0,04
3
16350
Не давать заем
Вложить под 9%
годовых
(-15000)
16350-15000=1350

Пример

Рассмотрим ситуацию более сложную, чем в предыдущем а именно: банк решает вопрос, проверять ли конкурентоспособность клиента, перед тем, как выдавать заем. Аудиторская фирма берет с банка 80 ф. ст. за проверку. В результате этого перед банком встают две проблемы: первая проводить или нет проверку, вторая — выдавать после этого заем или нет.

Пример

Решая первую проблему, банк проверяет правильность выдаваемых аудиторской фирмой сведений. Для этого выбираются 1000 человек, которые были проверены и которым впоследствии выдавались ссуды:

Рекомендации после проверки кредитоспособности	Фактический результат		Всего
	Клиент ссуду вернул	Клиент ссуду не вернул	
Давать ссуду	735	15	750
Не давать ссуду	225	25	250
	960	40	1000

Какое решение должен принять банк?